

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 1

Обработка результатов экспериментов с использованием среды MathCAD

1. Задание к лабораторной работе.

Задание 1. Экспериментатор измерял некоторую величину Y в зависимости от заданного значения X . Он провел 3 серии опытов и получил следующие результаты:

X	0	0.05	0.10	0.15	0.20	0.25
Y(опыт №1)	122.6	101.3	94.6	86.7	82.1	80.4
Y(опыт №2)	123.0	100.4	94.9	88.3	83.7	81.6
Y(опыт №3)	121.9	102.4	92.9	87.7	81.8	81.2

- Сформировать из результатов эксперимента массив данных.
- Используя основные операции с матрицами сформировать новый массив, нулевой столбец которого содержит значение X , а первый - средние значения Y для 3-х опытов
- Нанести экспериментальные точки и их средние значения в любом из опытов на график.
- Сформированный документ оформить как отчет по лабораторной работе.

Пример выполнения задания 1

Из приведенных результатов эксперимента формируем массив данных:

$$X := \begin{pmatrix} 0 \\ 0.05 \\ 0.1 \\ 0.15 \\ 0.2 \\ 0.25 \end{pmatrix} \quad Y := \begin{pmatrix} 122.6 & 123.0 & 121.9 \\ 101.3 & 100.4 & 102.4 \\ 94.6 & 94.9 & 92.9 \\ 86.7 & 88.3 & 87.7 \\ 82.1 & 83.7 & 81.8 \\ 80.4 & 81.6 & 81.2 \end{pmatrix}$$

$$Y1 := Y^{(0)} \quad Y2 := Y^{(1)} \quad Y3 := Y^{(2)}$$

$$Y1 = \begin{pmatrix} 122.6 \\ 101.3 \\ 94.6 \\ 86.7 \\ 82.1 \\ 80.4 \end{pmatrix} \quad Y2 = \begin{pmatrix} 123 \\ 100.4 \\ 94.9 \\ 88.3 \\ 83.7 \\ 81.6 \end{pmatrix} \quad Y3 = \begin{pmatrix} 121.9 \\ 102.4 \\ 92.9 \\ 87.7 \\ 81.8 \\ 81.2 \end{pmatrix}$$

$$Y^T = \begin{pmatrix} 122.6 & 101.3 & 94.6 & 86.7 & 82.1 & 80.4 \\ 123 & 100.4 & 94.9 & 88.3 & 83.7 & 81.6 \\ 121.9 & 102.4 & 92.9 & 87.7 & 81.8 & 81.2 \end{pmatrix}$$

$$V1 := (Y^T)^{\langle 0 \rangle} \quad V2 := (Y^T)^{\langle 1 \rangle} \quad V3 := (Y^T)^{\langle 2 \rangle} \quad V4 := (Y^T)^{\langle 3 \rangle} \quad V5 := (Y^T)^{\langle 4 \rangle} \quad V6 := (Y^T)^{\langle 5 \rangle}$$

$$V1 = \begin{pmatrix} 122.6 \\ 123 \\ 121.9 \end{pmatrix} \quad V2 = \begin{pmatrix} 101.3 \\ 100.4 \\ 102.4 \end{pmatrix} \quad V3 = \begin{pmatrix} 94.6 \\ 94.9 \\ 92.9 \end{pmatrix} \quad V4 = \begin{pmatrix} 86.7 \\ 88.3 \\ 87.7 \end{pmatrix} \quad V5 = \begin{pmatrix} 82.1 \\ 83.7 \\ 81.8 \end{pmatrix} \quad V6 = \begin{pmatrix} 80.4 \\ 81.6 \\ 81.2 \end{pmatrix}$$

Определяем средние значения результатов экспериментов в каждом из трех опытов:

$$\text{mean}(V1) = 122.5 \quad \text{mean}(V2) = 101.367 \quad \text{mean}(V3) = 94.133$$

$$\text{mean}(V4) = 87.567 \quad \text{mean}(V5) = 82.533 \quad \text{mean}(V6) = 81.067$$

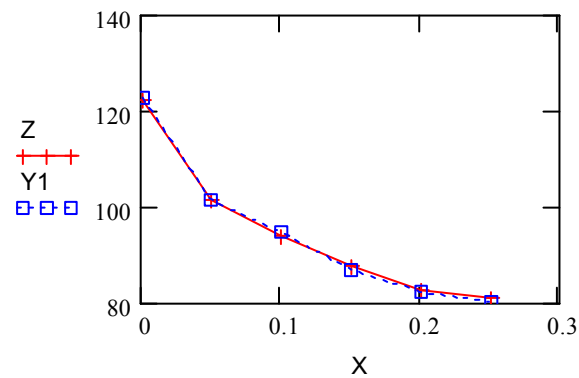
Формируем новый массив данных:

$$Z := \begin{pmatrix} 122.5 \\ 101.367 \\ 94.133 \\ 87.567 \\ 82.533 \\ 81.067 \end{pmatrix}$$

$$V := \text{augment}(X, Z)$$

$$V = \begin{pmatrix} 0 & 122.5 \\ 0.05 & 101.367 \\ 0.1 & 94.133 \\ 0.15 & 87.567 \\ 0.2 & 82.533 \\ 0.25 & 81.067 \end{pmatrix}$$

Наносим экспериментальные точки и их средние значения в одном из опытов на график.



Задание 2. Экспериментатор установил, что при некоторой постоянной температуре суммарное давление смеси паров бензола, дихлорэтана и хлорбензола в однофазной системе равняется значениям, приведенным в таблице:

Состав смеси, мольные части			Давление P, Па
Бензол	Дихлорэтан	Хлорбензол	
0,80	0,10	0,10	1840
0,20	0,70	0,10	1860
0,05	0,05	0,90	236

а) Найти значение давления паров чистых компонентов при той же постоянной температуре.

Пример выполнения задания 2

Если значения давления паров чистых компонентов бензола, дихлорэтана и хлорбензола обозначить соответственно x , y , z , то нахождение их значений возможно при решении следующей системы уравнений:

$$0,8x + 0,1y + 0,1z = 1840$$

$$0,2x + 0,7y + 0,1z = 1860$$

$$0,05x + 0,05y + 0,9z = 236$$

$$0.8 \cdot x + 0.1 \cdot y + 0.1 \cdot z = 1840$$

$$0.2 \cdot x + 0.7 \cdot y + 0.1 \cdot z = 1860$$

$$0.05 \cdot x + 0.05 \cdot y + 0.9 \cdot z = 236$$

$$M := \begin{pmatrix} 0.8 & 0.1 & 0.1 \\ 0.2 & 0.7 & 0.1 \\ 0.05 & 0.05 & 0.9 \end{pmatrix} \quad v := \begin{pmatrix} 1840 \\ 1860 \\ 236 \end{pmatrix} \quad M^{-1} = \begin{pmatrix} 1.302 & -0.177 & -0.125 \\ -0.365 & 1.49 & -0.125 \\ -0.052 & -0.073 & 1.125 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} := M^{-1} \cdot v \quad \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2.037 \times 10^3 \\ 2.07 \times 10^3 \\ 34.042 \end{pmatrix}$$

В старших версиях пакета конструкция $M^{-1} \cdot v$ объединена во встроенную функцию `Isolve`:

`solution := Isolve (M , v)`

$$\text{solution}^T = (2.037 \times 10^3 \quad 2.07 \times 10^3 \quad 34.042)$$

ЗАДАНИЕ 3. В результате эксперимента была определена некоторая табличная зависимость. С помощью метода наименьших квадратов подберите функциональную зависимость, заданного вида. Определите суммарную ошибку.

Вариант №1. $P(s)=As^3+Bs^2+D$

S	0	1	1.5	2	2.5	3	3.5	4	4.5	5
P	12	10.1	11.58	17.4	30.68	53.6	87.78	136.9	202.5	287

Пример выполнения задания:

$$P := \begin{pmatrix} 12 \\ 10.1 \\ 11.58 \\ 17.4 \\ 30.68 \\ 53.6 \\ 87.78 \\ 136.9 \\ 202.5 \\ 287 \end{pmatrix} \quad s := \begin{pmatrix} 0.5 \\ 1 \\ 1.5 \\ 2 \\ 2.5 \\ 3 \\ 3.5 \\ 4 \\ 4.5 \\ 5 \end{pmatrix}$$

$$s^2 = \begin{array}{|c|c|} \hline & 0 \\ \hline 0 & 0.25 \\ \hline 1 & 1 \\ \hline 2 & 2.25 \\ \hline 3 & 4 \\ \hline 4 & 6.25 \\ \hline 5 & 9 \\ \hline 6 & 12.25 \\ \hline 7 & 16 \\ \hline 8 & 20.25 \\ \hline 9 & 25 \\ \hline \end{array}$$

$$s^3 = \begin{array}{|c|c|} \hline & 0 \\ \hline 0 & 0.125 \\ \hline 1 & 1 \\ \hline 2 & 3.375 \\ \hline 3 & 8 \\ \hline 4 & 15.625 \\ \hline 5 & 27 \\ \hline 6 & 42.875 \\ \hline 7 & 64 \\ \hline 8 & 91.125 \\ \hline 9 & 125 \\ \hline \end{array}$$

Для нахождения коэффициентов уравнения A, B, D составим систему уравнений:

$$0.125A + 0.25B + D = 12$$

$$1 \cdot A + 1 \cdot B + D = 10.1$$

$$3.375A + 2.25B + D = 11.58$$

$$8 \cdot A + 4 \cdot B + D = 17.4$$

$$15.625 \cdot A + 6.25B + D = 30.68$$

$$27 \cdot A + 9 \cdot B + D = 53.6$$

$$42.875A + 12.25B + D = 87.78$$

$$64 \cdot A + 16 \cdot B + D = 136.9$$

$$91.125A + 20.25B + D = 202.5$$

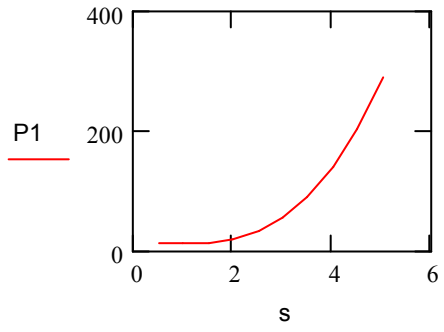
$$125 \cdot A + 25 \cdot B + D = 287$$

$$M := \begin{pmatrix} 0.125 & 0.25 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 3.375 & 2.25 & 1 \\ 8 & 4 & 1 \\ 15.625 & 6.25 & 1 \\ 27 & 9 & 1 \\ 42.875 & 12.25 & 1 \\ 64 & 16 & 1 \\ 91.125 & 20.25 & 1 \\ 125 & 25 & 1 \end{pmatrix} \quad v := \begin{pmatrix} 12 \\ 10.1 \\ 11.58 \\ 17.4 \\ 30.68 \\ 53.6 \\ 87.78 \\ 136.9 \\ 202.5 \\ 287 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} A \\ B \\ D \end{pmatrix} := (M^T \cdot M)^{-1} \cdot M^T \cdot v$$

$$\begin{pmatrix} A \\ B \\ D \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3.217 \\ -5.09 \\ 12.309 \end{pmatrix}$$

$$P1 := 3.217s^3 - 5.09s^2 + 12.309$$



$s := \begin{pmatrix} 0.5 \\ 1 \\ 1.5 \\ 2 \\ 2.5 \\ 3 \\ 3.5 \\ 4 \\ 4.5 \\ 5 \end{pmatrix}$

$P1 =$

	0
0	11.439
1	10.436
2	11.714
3	17.685
4	30.762
5	53.358
6	87.885
7	136.757
8	202.386
9	287.184

$G := P - P1$

$G =$

	0
0	0.561
1	-0.336
2	-0.134
3	-0.285
4	-0.082
5	0.242
6	-0.105
7	0.143
8	0.114
9	-0.184

$i := 0..9$

$Q := \sum_{i=0}^9 G_{i,0} \quad Q = -0.066$